

Übungsklausur Geometrie 1 (Produktionshalle)

Pflichtteil (ohne GTR und Formelsammlung)

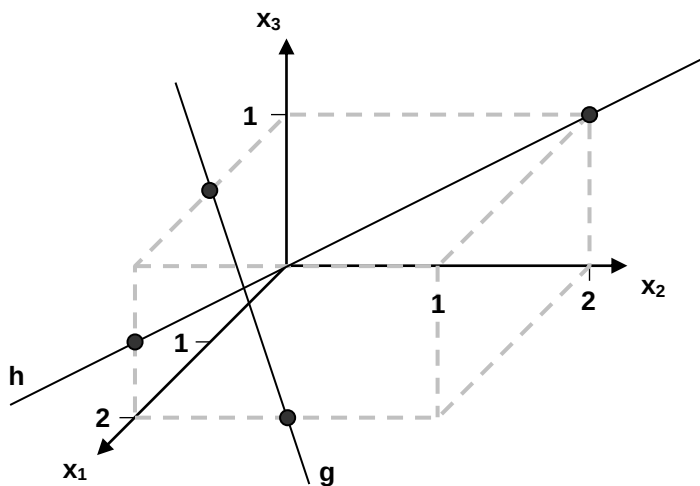
- 1) Gegeben sind die Geraden g und h:

$$g: \vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ -5 \end{pmatrix} \quad t \in \mathbb{R} \quad h: \vec{x} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} -2 \\ -6 \\ 10 \end{pmatrix} \quad s \in \mathbb{R}$$

- Prüfe auf welcher der beiden Geraden der Punkt P (0|-5|11) liegt.
- Weise nach, dass die Geraden parallel aber nicht identisch sind.
- Durch g und h wird eine Ebene E eindeutig festgelegt.
Gib eine Parameterform dieser Ebene E an.

(4VP)

- 2) Die Geraden g und h verlaufen jeweils durch Ecken oder Kantenmitten des Quaders.



- Gib für die Geraden g und h jeweils eine Parameterform der Geradengleichung an.
- Untersuche ob sich die Geraden schneiden.

(4VP)

- 3) Die Punkte A(0|1|2), B(2|0|1) und C(2|-2|3) liegen in einer Ebene E.

- Bestimme eine Koordinatengleichung von E.
- Untersuche die gegenseitige Lage von E und g mit:

$$g: \vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \quad t \in \mathbb{R}.$$

(4VP)

- Stelle die Ebene E: $3x_1 + x_2 + 2x_3 = 6$ im Koordinatensystem dar.
- Bestimme eine Gleichung der Schnittgerade von E und F: $x_3 = 1$.

(3VP)

Übungsklausur Geometrie 1 (Produktionshalle)

Wahlteil (mit WTR und Formelsammlung)

Die Eckpunkte einer Produktionshalle sind

A(0|0|0), B(35|0|0), C(35|45|0), D(0|45|0) und

E(0|0|20), F(35|0|10), G(35|45|10), H(0|45|20) (alle Angaben in Metern).

Die Punkte A, B, C und D begrenzen die Grundfläche, die Punkte E, F, G und H begrenzen die Dachfläche.

- a) (1) Stelle die Produktionshalle in einem Koordinatensystem dar. (Maßstab: $5\text{m} \triangleq 1\text{cm}$)
(2) Bestimme eine Gleichung der Dachebene E_{Dach} in Parameter- und Koordinatenform.
(3) Berechne die Grundfläche der Produktionshalle.
(Teilergebnis: $E_{\text{Dach}} : 2x_1 + 7x_3 = 140$) (5VP)
- b) In der Halle befindet sich ein Transportsystem.
Es besteht aus zwei gespannten Drahtseilen zwischen P_1Q_1 und P_2Q_2 ,
mit den Koordinaten $P_1(13|0|6)$, $Q_1(0|5|9)$ und $P_2(12|0|3)$ und $Q_2(0|10|4)$.
An diesen Seilen können fahrende Transportkörbe eingehängt werden.
(1) Bestimme die Länge der Drahtseile
(2) Bestimme Parametergleichungen der Geraden g_1 und g_2 ,
die den Verlauf der Drahtseile beschreiben.
(3) Zeige, dass sich die Drahtseile nicht berühren. (5VP)
- c) Je nachdem ob man das obere oder das untere Transportseil benutzt
kann man größere oder kleinere Transportkörbe verwenden.
(1) Am weiter unten verlaufenden Seil können sehr große Transportkörbe benutzt werden.
Welches der beiden Drahtseile ist dies? Begründe.
(2) Körbe am oberen Seil können je nach Größe mit dem unteren Seil kollidieren.
Wie weit darf ein Transportkorb am oberen Seil höchstens herabhängen,
damit die Unterkante des Korbs einen
Sicherheitsabstand von 1m zum unteren Seil hat? (3VP)
- d) An der rechten Hallenseite soll eine überdachte Verladerampe angebaut werden.
Die Dachfläche befindet sich in der Ebene F: $-x_2 + 6x_3 = 45$.
Das Dach wird mit einer Leiste an der Hauswand fixiert.
(1) In welcher Höhe muss diese Leiste an der rechten Hallenseite angebracht werden?
(2) Wie lang muss die Leiste sein, wenn sie bündig
mit der Dachkante abschließen soll? (2VP)

Übungsklausur Geometrie 1 (Produktionshalle)

Lösungen Pflichtteil:

1) a) Er liegt auf h mit Parameter $s = 1$ (1P)

b) Richtungsvektoren sind linear abhängig, denn $\begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ -5 \end{pmatrix} = -0,5 \cdot \begin{pmatrix} -2 \\ -6 \\ 10 \end{pmatrix}$ (1P)

Die Geraden sind nicht identisch, da Stützvektor von h nicht auf g liegt, denn

$$\begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \neq \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ -5 \end{pmatrix} \rightarrow t = 1$$
$$\rightarrow t = 1 \text{ (1P)}$$
$$\rightarrow t = 0$$

c) Eine Parameterform der Ebene ist $E: \vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ -5 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix}$ (1P)

4P

2) a) $g: \vec{x} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} -1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$ (1P) und $h: \vec{x} = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 0,5 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} -2 \\ 2 \\ 0,5 \end{pmatrix}$ (1P)

b) Prüfen auf Schnittpunkt:

$$(I) \quad 2 - t = 2 - 2s$$

$$(II) \quad 1 - t = 0 + 2s$$

$$(III) \quad 0 + t = 0,5 + 0,5s$$

aus (I) folgt $t = 2s$ einsetzen in (II) liefert $s = 0,25$ und $t = 0,5$.

Probe in (III) liefert Widerspruch $0,5 = 0,625 \Rightarrow$ Die Geraden sind **windschief**. (2P) 4P

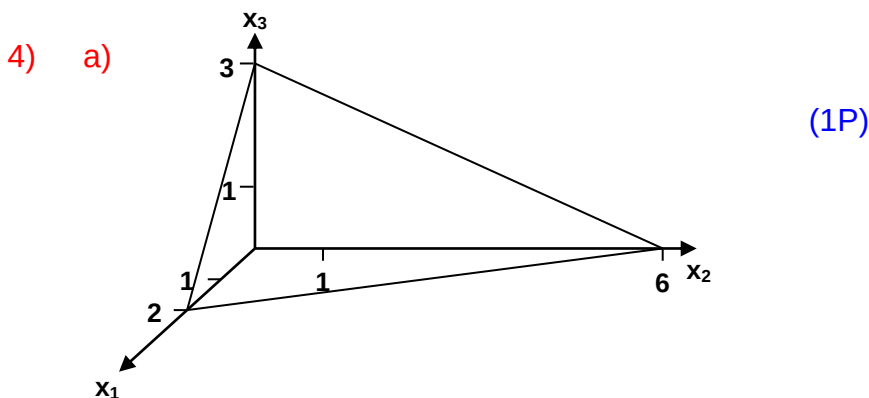
3) a) Parameterform: $E: \vec{x} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ -1 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \\ 1 \end{pmatrix}$ (1P)

Koordinatenform: $E: x_1 + x_2 + x_3 = 3$ (1P)

b) Gerade g mit Ebene E schneiden:

$$1 - 2t + 1 + t + 1 + t = 3 \Leftrightarrow 3 = 3 \Rightarrow g \text{ liegt in } E \text{ (2P)}$$

4P



b) $x_3 = 1$ eine weitere Variable frei wählen z.B. $x_1 = t$ damit folgt $x_2 = 4 - 3t$

$$\text{Schnittgerade } s: \vec{x} = \begin{pmatrix} 0 \\ 4 \\ 1 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ -3 \\ 0 \end{pmatrix} \text{ (2P)}$$

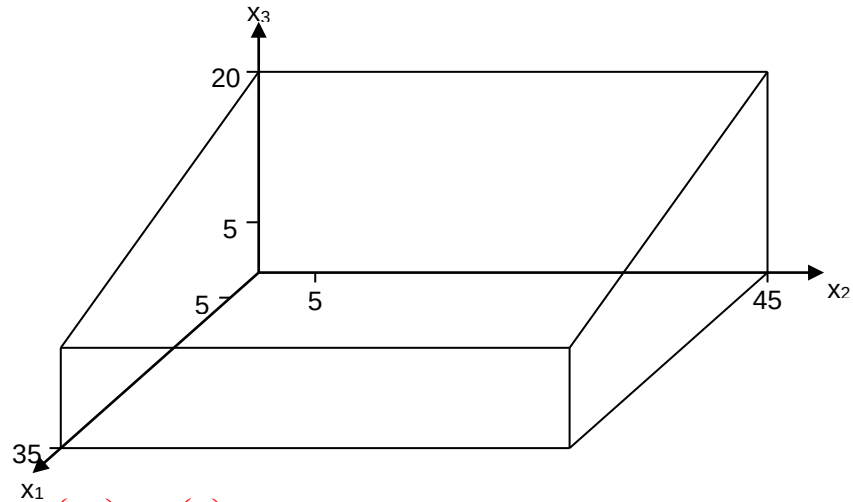
3P

Summe: 15 Punkte

Übungsklausur Geometrie 1 (Produktionshalle)

Lösungen Wahlteil:

a) (1) Zeichnung (2P)



$$(2) \quad E_{\text{Dach}} : \vec{x} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 20 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 7 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} ; E_{\text{Dach}} : 2x_1 + 7x_3 = 140 \quad (2P)$$

$$(3) \quad A_{\text{Grundfläche}} = 35\text{m} \cdot 45\text{m} = 1575\text{m}^2 \quad (1P)$$

5P

b) (1) $|P_1Q_1| = \sqrt{(-13)^2 + 5^2 + 3^2}\text{m} = \sqrt{203}\text{m} \approx 14,25\text{m} \quad (1P)$

$$|P_2Q_2| = \sqrt{(-12)^2 + 10^2 + (-1)^2}\text{m} = \sqrt{245}\text{m} = 15,65\text{m} \quad (1P)$$

$$(2) \quad g_1 : \vec{x} = \begin{pmatrix} 13 \\ 0 \\ 6 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} -13 \\ 5 \\ 3 \end{pmatrix} ; \quad g_2 : \vec{x} = \begin{pmatrix} 12 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} -12 \\ 10 \\ 1 \end{pmatrix} \quad (1P)$$

(3) RV sind linear unabhängig, dh. zu zeigen ist g_1 und g_2 sind windschief.

$$(I) \quad 13 - 13s = 12 - 12t$$

$$(II) \quad 0 + 5s = 0 + 10t$$

$$(III) \quad 6 + 3s = 3 + 1t$$

aus (II) folgt $s = 2t$ mit (III) folgt $t = -0,6$ und $s = -1,2$.

Prüfen in (I) liefert den Widerspruch $28,6 = 19,2 \quad (2P)$

5P

c) (1) Das untere Drahtseil ist g_2 , da die x_3 -Koordinate von Anfangs- und Endpunkt tiefer liegen als bei g_1 . (1P)

(2) Bestimmung des Kreuzungspunkts über Projektion auf x_1x_2 -Ebene.

$$(I) \quad 13 - 13s = 12 - 12t$$

$$(II) \quad 0 + 5s = 0 + 10t$$

Aus (II) folgt $s = 2t$ mit (I) folgt $t = 1/14$ und $s = 1/7$.

Einsetzen in g_1 liefert die Höhe 6,43m, in g_2 liefert die Höhe 3,07m.

$$6,43 - 3,07 = 3,36\text{m} \quad 3,36\text{m} - 1\text{m} = \mathbf{2,36\text{m}} \quad (2P)$$

3P

d) (1) Die Wand befindet sich in $x_2 = 45$ einsetzen in F liefert: $x_3 = 15$.

AW: In **15m** Höhe. (1P)

(2) Da 15m genau die Mitte zwischen oberer und unterer Dachkante sind hat die Leiste die Halbe Länge der Hallengrundseite in x_1 -Richtung. Das sind **17,5m**.

(Alternative Lösung: Schnitt der rechten Dachkante mit der Dachebene) (1P)

2P

Summe: 15 Punkte